

EXERCICE N°1

Soient les suites U et V définies sur \mathbb{N}^* par:

$$U_n = 2+2(2+1)+3(3+1)+4(4+1)+\dots+n(n+1) \text{ et } V_n = \frac{n(n+1)(n+2)}{3}$$

- 1- Calculer $U_1; U_2$ et U_3
- 2- Montrer que pour tout n de \mathbb{N}^* on a $U_n = V_n$
- 3- Calculer U_6, U_{11} et U_{15}

EXERCICE N°2

Montrer que pour tout n de \mathbb{N}^*

- 1- 9 divise $(10^n - 1)$
- 2- 17 divise $3 \times 5^{2n-1} + 2^{3n-2}$
- 3- 7 divise $3^{2n+2} - 2^{n+1}$

EXERCICE N°3

Soit la suite U_n définie sur \mathbb{N} par $U_0 = 9$ et pour tout n de \mathbb{N} : $U_{n+1} = \frac{u_n^2 + 9}{2u_n}$

- 1- montrer par récurrence que : $U_n > 3$ pour tout n entier naturel

2- On pose $v_n = \frac{u_n - 3}{u_n + 3}$

a) Etablir que $U_{n+1} - 3 = \frac{(u_n - 3)^2}{2u_n}$ et $U_{n+1} + 3 = \frac{(u_n + 3)^2}{2u_n}$

- b) En déduire V_{n+1} en fonction de V_n

c) Démontrer par récurrence que pour tout n de \mathbb{N}^* : $V_n = \left(\frac{1}{2}\right)^{2^n}$

EXERCICE N°4

Montrer par récurrence que pour tout n de \mathbb{N}^* : $1 \times 3 + 2 \times 4 + 3 \times 5 + \dots + n(n+2) = \frac{1}{6} n(n+1)(2n+7)$

EXERCICE N°5

Soit la suite (u_n) définie sur \mathbb{N} par : $u_n = \frac{3n+2}{n+4}$

- 1- Calculer $u_0, u_1, u_5, u_{21}, u_{98}$

- 2- Montrer que pour tout entier naturel n on a : $\frac{1}{2} \leq u_n \leq 3$

EXERCICE N°6

On considère la suite définie par :
$$\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = \frac{u_n}{1+u_n} \text{ pour tout } n \in \mathbb{N} \end{cases}$$



- 1-Montrer par récurrence que pour tout entier naturel n on a : $0 < u_n \leq 1$
- 2-Montrer que pour tout entier naturel n on a : $u_{n+1} \leq u_n$
- 3-On pose $V_n = \frac{1}{u_n}$
 - a-Calculer V_0 et V_1
 - b-Montrer que la suite V est arithmétique dont-on précisera son premier terme et sa raison
 - c-Donner V_n en fonction de n puis u_n en fonction de n
 - d-Donner la valeur de $S = \sum_{k=1}^{10} v_k$

EXERCICE N°8

On considère la suite (u_n) définie par :
$$\begin{cases} u_0=1 \\ u_{n+1}=\sqrt{u_n^2+2} \text{ pour tout } n \in \mathbb{N} \end{cases}$$

- 1-Montrer que pour tout entier n on a : $u_n > 0$
- 2-Montrer que pour tout entier n on a : $u_{n+1} > u_n$
- 3-On pose $V_n = u_n^2$
 - a-Montrer que V_n est une suite arithmétique
 - b-Calculer V_n puis u_n en fonction de n
 - c-Donner en fonction de n la valeur de $S = \sum_{k=1}^n v_k$

EXERCICE N°9

Soit (u_n) une suite arithmétique de premier terme u_0 et de raison r

- 1-On donne $u_5=11$ et $u_8=41$ calculer u_0 et r
- 2-Sachant que $r=-3, u_1=6$ et $\sum_{k=0}^n u_k = -90$ calculer n

EXERCICE N°10

- 1-Soit u_n une suite arithmétique de raison r
 - a-Calculer u_3, u_7 et u_{80} connaissant $u_{50}=20$ et $r=-2$
 - b-Calculer u_{100} et r connaissant $S = u_0 + u_1 + \dots + u_{100} = 2513$ et $u_0=9$
- 2-On désigne par V une suite géométrique de raison q
 - a-Calculer V_3, V_6 et V_n Connaissant $V_8=768$ et $q=2$
 - b-Calculer $S = V_0 + V_1 + \dots + V_n$ connaissant $V_0=2$ et $q=3$

EXERCICE N°11

1-Soit $a \in \mathbb{R} - \{0, \frac{1}{2}\}$, on pose $A = \frac{2a^2 - a + 1}{2a^2 - a}$; $B = \frac{2a}{2a-1}$ et $C = \frac{a+1}{a}$. Montrer que A, B et C sont

trois termes consécutifs d'une suite arithmétique

2-Déterminer le réel x pour que $(x+1), (x+7)$ et $(x+31)$ soit dans cette ordre trois termes consécutifs d'une suite géométrique

